

Total No. of Questions : 8]

[Total No. of Printed Pages : 4

Roll No

BT-102-CBGS
B.Tech., I & II Semester
Examination, June 2020
Choice Based Grading System (CBGS)
Mathematics-I
Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Verify Lagrange's mean value theorem for the function

$$f(x) = 2x^2 - 7x + 10 \text{ in the interval } [2, 5].$$

अन्तराल $[2, 5]$ में फलन $f(x) = 2x^2 - 7x + 10$ के लिए लैग्रान्ज के मध्यमान प्रमेय को सत्यापित कीजिए।

b) If $u = f(y - z, z - x, x - y)$, prove that $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0$.

यदि $u = f(y - z, z - x, x - y)$ हो तो सिद्ध करो कि

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

2. a) Evaluate $\int_0^2 \int_0^1 (x^2 + y^2) dx dy$.

$\int_0^2 \int_0^1 (x^2 + y^2) dx dy$ का मान ज्ञात कीजिए।

b) Evaluate $\int_0^a \int_0^x \int_0^{x+y} e^{x+y+z} dz dy dx$

$\int_0^a \int_0^x \int_0^{x+y} e^{x+y+z} dz dy dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

3. a) Find rank of the matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

आव्यूह $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ की जाति ज्ञात कीजिए।

b) Solve the system of equations

$$3x + 3y + 2z = 1; x + 2y = 4; 10y + 3z = -2 \text{ and } 2x - 3y - z = 5$$

$$\text{समीकरण } 3x + 3y + 2z = 1; x + 2y = 4; 10y + 3z = -2 \text{ तथा}$$

$$2x - 3y - z = 5 \text{ को हल कीजिए।}$$

4. a) If $u = \sin^{-1} \left(\frac{x^2 + y^2}{x + y} \right)$ then show that $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \tan u$

यदि $u = \sin^{-1} \left(\frac{x^2 + y^2}{x + y} \right)$ तो प्रदर्शित कीजिए $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \tan u$

- b) Discuss the maximum or minima of the function

$$f(x, y) = x^3 - 4xy + 2y^2$$

दिये गये फलन का उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ बताइये।

$$f(x, y) = x^3 - 4xy + 2y^2$$

5. a) Determine whether or not the vectors $u(1, 1, 2)$, $v(2, 3, 1)$, $w(4, 5, 5)$ in R^3 are linearly dependent.

ज्ञात कीजिए कि सदिश $u(1, 1, 2)$, $v(2, 3, 1)$, तथा $w(4, 5, 5)$ R^3 में रैखिक स्वतन्त्र है अथवा नहीं ?

- b) Let $V = R^3$, show that w is not a subspace of V , where

$$w = \{(a, b, c) : a \geq 0\}$$

यदि $V = R^3$, तो प्रदर्शित कीजिए कि w , V का उपसमिष्टी नहीं हैं, जहाँ

$$w = \{(a, b, c) : a \geq 0\}$$

6. a) Find the Eigen values and Eigen vectors for the matrix A :
दी गई मैट्रिक्स A का ऑयगन मान तथा ऑयगन सदिश ज्ञात कीजिए।

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

- b) Show that the following equations are consistent or not.
प्रदर्शित कीजिए की दिये गये समीकरण consistent हैं अथवा नहीं

$$5x + 3y + 14z = 4, \quad y + 2z = 1, \quad x - y + 2z = 0$$

7. a) Evaluate $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} \right\}.$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} \right\}$$

का मान ज्ञात कीजिये।

- b) Prove that
सिद्ध कीजिये कि

$$\beta(m, n) = \frac{\overline{m} \overline{n}}{\overline{m+n}}$$

8. a) Find Eigen values of the matrix $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$

आव्यूह $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ के आइगेन मानों को ज्ञात कीजिए।

- b) Find the characteristic equation of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ के अभिलाक्षणिक समीकरण को ज्ञात कीजिए।
