

Total No. of Questions : 8]

[Total No. of Printed Pages : 4

Roll No

BT-1002-CBGS

B.Tech., I & II Semester

Examination, June 2020

Choice Based Grading System (CBGS)

Mathematics - I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. Differentiate followings.

निम्नलिखित का अवकलन कीजिये।

a) $e^{-2x} \sin 5x$

b) $\frac{\log e^x}{x^2}$

2. a) Expand $f(x) = e^x$ in Maclaurin series.

फलन $f(x) = e^x$ का मैक्लारिन श्रेणी में प्रसार कीजिए।

b) Evaluate the following.

निम्न का मान ज्ञात कीजिये।

i) $D^n (e^{ax})$

ii) $D^n (x^n)$

3. a) Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = x^3 - 12x$ in the interval $[0, 2\sqrt{3}]$.

अन्तराल $[0, 2\sqrt{3}]$ में रोले की प्रमेय को फलन $f(x) = x^3 - 12x$ के लिए सत्यापित कीजिए।

- b) Find the equation of tangent and normal at the point 't' on the curve $x = a \cos^3 t$; $y = a \sin^3 t$

वक्र $x = a \cos^3 t$; $y = a \sin^3 t$ के बिंदु 't' पर स्पर्श रेखा व अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए।

4. a) Evaluate $\int_0^2 \int_0^x \int_0^{x+y} e^x (y + 2z) dx dy dz$.

$\int_0^2 \int_0^x \int_0^{x+y} e^x (y + 2z) dx dy dz$ का मान ज्ञात कीजिए।

- b) Evaluate $\iint_R e^{2x+3y} dx dy$ where R is the region bounded by $x = 0$, $y = 0$ and $x + y = 1$.

समाकलन $\iint_R e^{2x+3y} dx dy$ का मान ज्ञात कीजिए जहाँ R, $x = 0$, $y = 0$ तथा $x + y = 1$ से परिबद्ध एक क्षेत्र है।

5. a) Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = x^2 + 2x - 8$, in the interval $(-4, 2)$.

अन्तराल $(-4, 2)$ में फलन $f(x) = x^2 + 2x - 8$ के लिए रोले प्रमेय को सत्यापित कीजिए।

- b) Find the slope and equation of the tangent to the curve
 $y = x^3 - x$ at $x = 2$.

वक्र $y = x^3 - x$ के बिंदु $x = 2$ पर स्पर्श रेखा की प्रवणता व समीकरण ज्ञात कीजिए।

6. a) Evaluate the triple integral $\int_{y=0}^1 \int_{x=y^2}^1 \int_{z=0}^{1-x} x \, dz \, dx \, dy$.

त्रिक समाकलन $\int_{y=0}^1 \int_{x=y^2}^1 \int_{z=0}^{1-x} x \, dz \, dx \, dy$ का मान ज्ञात कीजिए।

- b) Find by triple integration, the volume of the sphere
 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

त्रिक समाकलन का प्रयोग कर गोले $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ का आयतन कीजिए।

7. a) Evaluate $\int \frac{(3x^2 + 2x)}{(x^3 + x^2 + 1)} dx$

ज्ञात कीजिये $\int \frac{(3x^2 + 2x)}{(x^3 + x^2 + 1)} dx$

- b) Prove that $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx = \frac{\pi}{4}$

सिद्ध कीजिये $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx = \frac{\pi}{4}$

[4]

8. a) The radius of a sphere is found to be 20 cm. with a possible error of 0.02 cm. Find the relative error in calculating the volume.

किसी गोले की त्रिज्या 20cm प्राप्त की गई इस गणना में संभावित त्रुटि 0.02cm है। तब गोले के आयतन में होने वाली रिलेटिव त्रुटि की गणना कीजिए।

- b) If $x^y + y^x = c$, then find $\frac{dy}{dx}$.

यदि $x^y + y^x = c$, हो तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।
